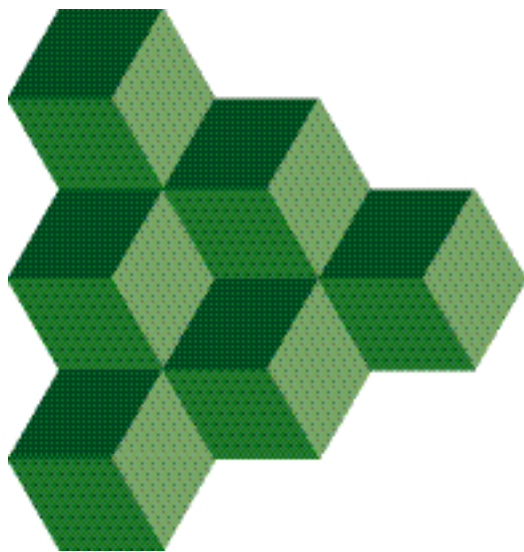


Des groupes pour construire des pavages

Pour construire des pavages esthétiques, le sculpteur Raoul Raba découpe des enveloppes dont les formes sont associées aux groupes des paveurs.

On paver le plan de cinq façons différentes avec des motifs géométriques si on exclut de retourner les carreaux (voir l'article *L'art de paver*). L'un des pavages de ce type les plus simples à réaliser est celui-ci constitué de losanges, et que nous retrouvons dans l'article *Calissons et perspective* :



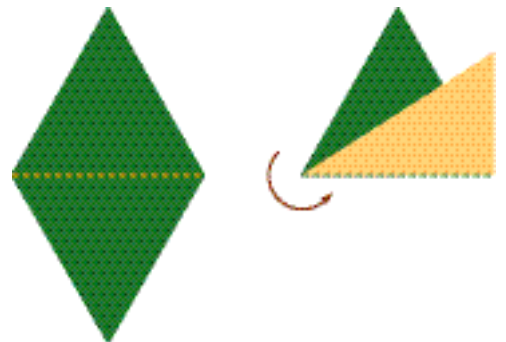
Un pavage par des losanges. Ils sont rassemblés par trois dans des pavés donnant l'illusion de cubes vus en perspective.

Ce pavage correspond à l'un des cinq groupes de paveurs positifs : il est engendré par une rotation d'angle 120° (transformant entre eux les losanges d'un même pavé) et deux translations dont les vecteurs font un angle de 60° entre eux (faisant passer d'un pavé à un autre). Les autres types de pavage correspondent aux quatre autres groupes.

Il est facile de les repérer par des formes géométriques comme les losanges de la figure précédente. Dans cet article, nous voyons comment ces groupes permettent de fabriquer des pavages utilisant des motifs plus originaux.

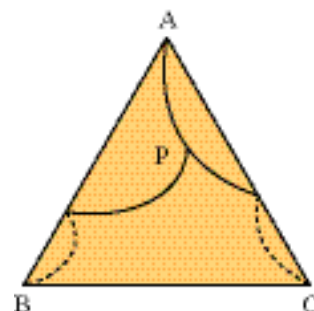
+ Transformation d'un pavage

Une idée simple est de partir d'une copie en papier du motif de base du pavage géométrique ci-dessus c'est-à-dire d'un losange et de le plier en deux comme le montre la figure suivante :



Pliage du losange de base en deux. Pour visualiser la différence entre les deux faces, la face supérieure est peinte en vert, la face inférieure en jaune.

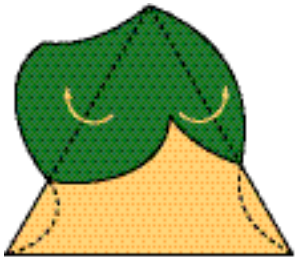
Nous obtenons un triangle équilatéral. Nous collons alors les bords supérieurs de ces faces entre eux (un peu de ruban adhésif est idéal pour réaliser cette opération). Nous choisissons ensuite un point P sur la face supérieure et nous le relions aux trois sommets A, B et C en passant par l'une ou l'autre des deux faces. La seule condition est que ces chemins ne se coupent pas entre eux :



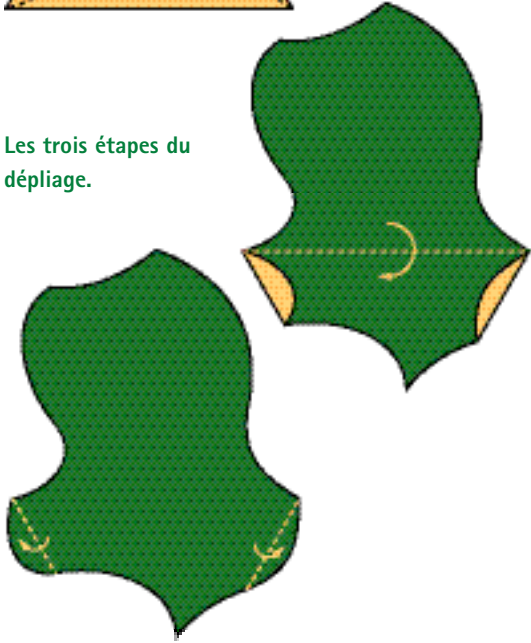
On choisit un point P sur la face supérieure et on le relie aux trois sommets A, B et C. Les tracés sur la face inférieure sont dessinés en pointillés sur la figure.

Une enveloppe suffit pour fabriquer des pavages originaux.

Nous déplaçons ensuite notre morceau de papier en trois étapes :

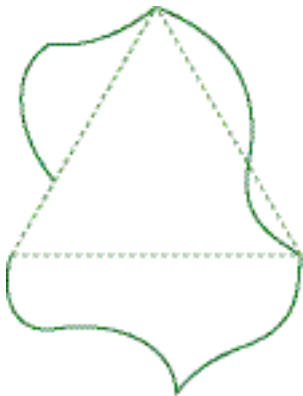


Les trois étapes du dépliage.



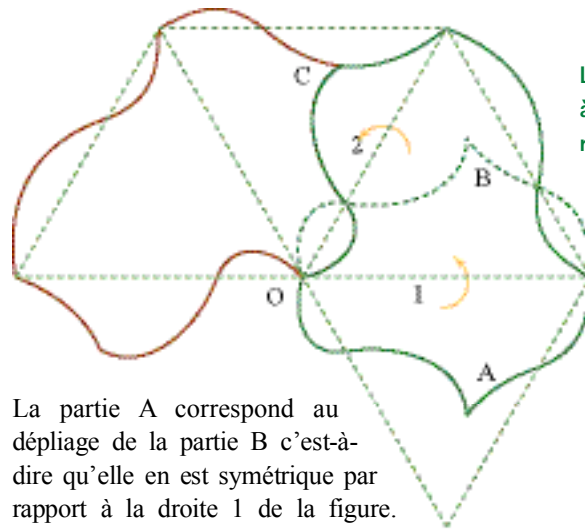
Pour comprendre pourquoi ce nouveau motif a conservé les propriétés du losange d'origine, le mieux est de le dessiner avec le triangle équilatéral d'origine :

Le nouveau motif avec le triangle équilatéral dont il est issu.



+ Conservation du groupe du pavage

Cette méthode de construction assure que l'aire du nouveau motif est la même que celle du losange dont il est issu. Cela ne suffit pas pour affirmer que le groupe du pavage d'origine est conservé. Pour le montrer, considérons la partie inférieure du motif (A sur le dessin ci-après) :



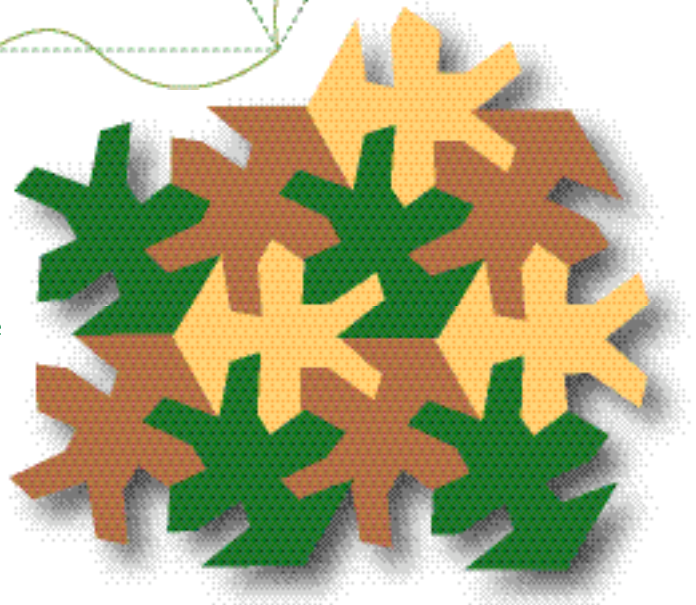
Le motif de base s'adapte à son transformé par rotation d'angle 120° .

La partie A correspond au dépliage de la partie B c'est-à-dire qu'elle en est symétrique par rapport à la droite 1 de la figure. Considérons la partie C (en bleu et rouge) symétrique de B par rapport à la droite 2. Elle se déduit de A en composant les symétries par rapport aux droites 1 et 2 c'est-à-dire par rotation d'angle 120° autour du point d'intersection O de 1 et 2. Le motif s'adapte donc parfaitement à son transformé dans la rotation de centre O et d'angle 120° . On démontre de la même façon qu'il s'adapte aux transformés par les autres isométries du groupe des paveurs initial. Nous avons ainsi créé un nouveau motif pavant à partir du même groupe.



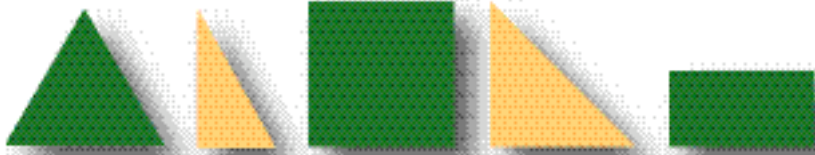
Le nouveau motif avec le losange d'origine.

Pavage avec un motif du même type : le groupe est conservé.



+ Généralisation

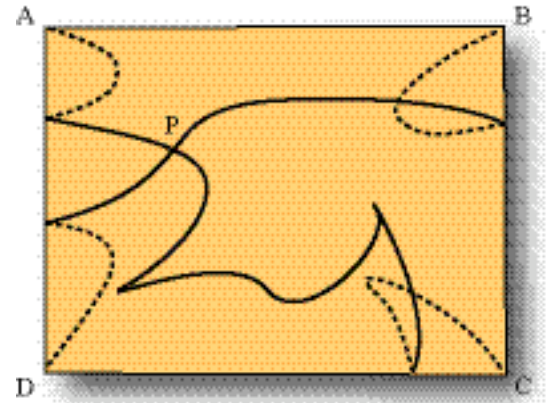
On démontre que notre méthode est utilisable à partir de chacun des cinq motifs de base suivant :



Les cinq motifs de base.

Il s'agit du triangle équilatéral, du demi triangle équilatéral, du carré, du demi carré et du rectangle. Dans chaque cas, le principe est le même que celui exposé à partir du triangle équilatéral dans ce qui précède et on obtient les cinq groupes de paveurs positifs. Les démonstrations sont similaires à celles qui permettent de prouver qu'il n'existe que dix-sept groupes de paveurs dont cinq seulement sont positifs (voir l'article « les groupes de paveurs »).

Pour finir, montrons rapidement comment obtenir un motif à partir du rectangle ce qui est faisable à partir d'une enveloppe ordinaire du commerce. La seule condition est de ne pas l'ouvrir !



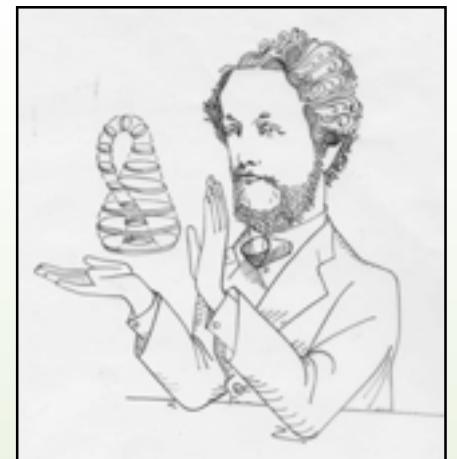
Dans ce cas, nous obtenons un motif que nous vous laissons découvrir ainsi que ses propriétés de pavage.

□ — H. L.

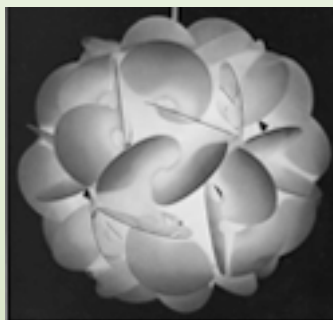


Vélib'

Raoul Raba (1930-) est peintre et sculpteur. Malgré l'obtention du Grand Prix de Rome en 1955, il sait rester original et se lance dans le design où il fera preuve d'un grand éclectisme : études pour les voitures Citroën, architecture, luminaires.



Félix Klein



Luminaire



Pavage de kangourou



Livres