

# QUESTION DE MÉTHODE



**Pour cette seconde mission, notre envoyé s'est transporté en Allemagne, au début de la Guerre de Trente Ans pour y rencontrer René Descartes. Au menu: méthodes et mathématiques.**

**A**PRES DIVERS ajustements, le chronoscope se matérialisa le 11 Novembre 1619 à l'aube. Il se trouvait maintenant dans une pièce occupée en son centre par un gros poêle en faïence. Un

homme le regardait, l'air soucieux et étonné :

- Cestuy la ne peut estre... Sans doute, un quatriesme songe...
- Tu penses doncques ie suis.
- Bien dict... l'useroy de ce praecepte.

Une fois sa méprise reconnue, Descartes relata sa grande découverte de la veille et les trois songes qu'il avait eu ensuite pendant la nuit. Il fut pleinement rassuré quand je lui eus expliqué l'objet de ma mission. L'interview put ainsi commencer; nous en proposons une traduction en français moderne pour les quelques lecteurs non accoutumés au français du début du 17<sup>ème</sup> siècle.

## ■ Diviser pour comprendre

- Pour les lecteurs de Tangente, pouvez-vous nous résumer vos projets d'avenir ?
- Oh, c'est très simple, je suis venu en Allemagne pour m'engager dans les armées du duc de Bavière...
- Euh, je voulais dire dans le domaine scientifique.

- Je projette plusieurs traités sur la méthode générale que je viens de découvrir, ainsi que sur quelques applications, notamment en géométrie.

- Pouvez-vous nous parler de votre méthode ?

- Si je vous parle de ma méthode, mon discours risque d'être un peu long.

- Vous exagérez, soixante pages tout au plus...

- Pardon ?

- Excusez-moi, pouvez-vous la résumer brièvement en ce qui concerne les mathématiques ?

- Elle tient en quatre points :

- éviter l'erreur aussi bien dans les pré-supposés que dans les démonstrations, en s'assurant de la certitude de chaque point,
- diviser chaque difficulté en parcelles plus simples à résoudre,
- ce que l'on fait en allant du plus simple au plus compliqué,
- enfin, s'assurer que rien n'a été omis.

- Avant la journée d'hier, vous n'aviez jamais eu l'idée de cette méthode ?

- Hier, j'ai eu la révélation qu'elle me permettrait de discerner la vérité en toute chose. Mais, en y pensant, je m'aperçois que je l'utilisais déjà lors de mes études à La Flèche.

- Est-ce là que vous avez pris goût aux mathématiques ?

- Ainsi qu'à la philosophie. C'est



exact.

- Revenons à la méthode, pouvez-vous la préciser en ce qui concerne les mathématiques ?

- Pour résoudre un problème, le mieux est de le considérer d'abord, comme déjà résolu...

- Evidemment, cela simplifie bien des choses !

- Ne déformez pas ma pensée ! J'entends par là qu'il faut donner des noms à tout ce qui intervient, aussi bien au connu qu'à l'inconnu.

- Pouvez-vous donner un exemple pour nos lecteurs ?

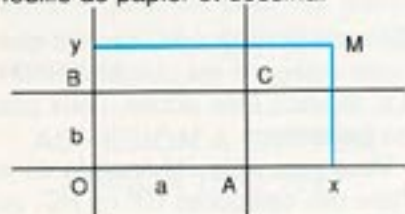
- Prenons le problème de Pappus...

- Euh... Quel est son énoncé ?

- Pappus donne quatre droites et demande de trouver le lieu des points dont le produit des distances à deux d'entre elles est égal à celui aux deux autres.

- Un cas particulier serait peut-être plus clair...

Descartes prit un crayon et une feuille de papier et dessina.



- Ici, je suppose que les droites forment un rectangle. Les deux premières étant OA et OB, les deux autres AC et BC. Je note a et b les distances OA et OB...

- Pourquoi pas OA et OB tout simplement ?

- Je note toujours les quantités connues par les premières lettres minuscules de l'alphabet, cela soulage l'écriture et la mémoire. De même, je note les quantités inconnues par les dernières.

- Ne craignez-vous pas d'en oublier les significations à un

moment de la résolution ?

- Une fois les équations établies, je n'en ai pas besoin. Il suffit d'y retourner à la fin. Par exemple, si la géométrie me donne comme équation :  $x^2 - ax - 2a^2 = 0$ , je la résous sans me soucier du sens de a et de x. J'obtiens  $x = -a$  et  $x = 2a$ . Ensuite, j'interprète le résultat ce qui me conduit à rejeter éventuellement l'une des solutions.

- Pourquoi ?

- -a est négatif, cela n'a sans doute aucun sens dans le problème.

- Etes-vous l'inventeur de cette notation ?

- Oui, et dans mes équations, je n'utilise que les symboles des quatre opérations : +, -, x, :, les puissances et les racines carrées, cubiques, etc.

- C'est en effet beaucoup plus clair. Pouvez-vous achever votre résolution ?

- Bien sûr. Si M est un point du lieu (donc inconnu), je note x et y...

- Ses coordonnées cartésiennes !

- Pardon ?

- Et vous écrivez les distances aux diverses droites :  $|x|$ ,  $|y|$ ,  $|a - x|$ , et  $|b - y|$ ,...

- Vous voyez la suite, il reste à résoudre des équations sans se soucier des significations des lettres a, b, x et y, comme je vous l'ai montré dans l'autre exemple, puis d'interpréter le résultat. Cette méthode est générale; ainsi, je pense qu'après moi, il n'y aura plus grand chose à découvrir en géométrie !

- Euh, pour cela j'irai interviewer quelques uns de vos successeurs, si vous le voulez bien. Avez-vous également résolu le cas général ?

- Je le ferai sans aucun doute. Rien ne peut échapper à ma méthode.

**Hervé Lehning**



## Le problème de Pappus

Dans le cas particulier considéré, les coordonnées du point M vérifient :

$$xy = \pm (a - x)(b - y)$$

Réciproquement si x et y vérifient cette équation, le point de coordonnées x et y appartient au lieu. Donc elle constitue l'équation du lieu cherché.

Cette équation se subdivise en deux :

$$xy = + (a - x)(b - y)$$

et :

$$xy = - (a - x)(b - y)$$

qui se simplifient en :

$$bx + ay = ab$$

et :

$$2xy - bx - ay + ab = 0$$

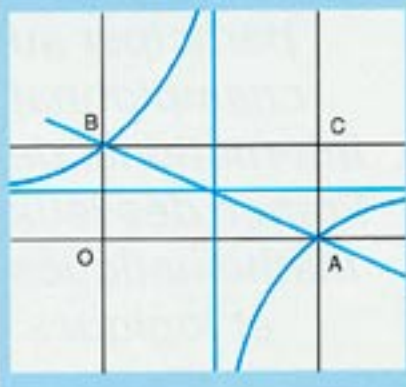
Ces deux équations sont celles de deux courbes distinctes dont la réunion répond au problème de Pappus. Pour les tracer, on peut par exemple exprimer y en fonction de x :

$$y = b - \left(\frac{b}{a}\right)x$$

qui est l'équation d'une droite et :

$$y = \frac{\left(\frac{b}{2}\right)(x-a)}{\left(x - \frac{a}{2}\right)}$$

qui est celle d'une hyperbole.



## René Descartes

René Descartes est né le 31 Mars 1596 à La Haye en Touraine. Il a fait l'essentiel de ses études au collège de La Flèche tenu alors par les pères Jésuites. Il renonce à la vie militaire dès 1620 pour se consacrer aux sciences et à la philosophie. Il voyage beaucoup tout au long de sa vie et meurt le 11 février 1650 à Stockholm.