HISTOIRES

VISITE A SYRACUSE

Notre héroïque reporter poursuit ses voyages dans le temps. Il s'est transporté cette fois en Sicile, au temps des guerres puniques. Pour rencontrer Archimède. L'illustre mathématicien a eu le temps de lui expliquer sa principale découverte, juste avant d'être transpercé par un glaive romain.

Pouvez-vous m'indiquer la demeure du noble Archimède, s'il vous plaît ?

- Archimède, tu le connais, toi ? demanda le passant ainsi interpellé à son compagnon.

- Inconnu à Syracuse. Vous devriez demander au questeur. Si votre homme existe, il doit le connaître.

Inconnu à Syracuse, Archimède ! Le mathématicien le plus illustre de l'antiquité ! Comment cela se pouvait-il? N'ayant point d'autre solution, je me mettais à la recherche du questeur, comme me l'avaient recommandé mes interlocuteurs. Sur les indications d'un centurion qui passait par là, je le trouvai sous les murs de Syracuse. Il dirigeait des fouilles au milieu de ce qui resemblait à un vaste cimetière.

- Permets-tu que je t'interroge, maître ? Je suis à la recherche d'Archimède. Sais-tu où il se trouve ?

- Ici, je pense, dit-il en montrant une tombe surmontée d'une petite colonne. Sur cette colonne était placée une sphère inscrite dans un cylindre, surmontée d'une épitaphe rendue illisible par le temps.

Le questeur était un homme d'une grande culture. A ma demande, il me retraça la vie et l'oeuvre d'Archimède, dont il admirait surtout les talents d'ingénieur. Il me décrivit les machines incroyables qu'il inventa pour défendre sa ville. Enfin, il m'indiqua comment retrouver Archimède vivant, avant qu'un légionnaire stupide ne le tue lors de la prise de Syracuse. Je reprenais donc le chronoscaphe, direction le siège de Syracuse.

■ *Pesée mentale*

A mon arrivée, les rues de la ville étaient désertes. Seule manifestation de vie, une immense clameur provenait des remparts. Je me hâtai. Le temps m'était compté, je le sentais bien. Quand je le joignis enfin, Archimède méditait sur une figure de géométrie. Il accepta l'interview de bonne grâce, dès que je lui en fis la requête. J'en propose ici une transcription en français moderne pour les lecteurs peu habitués au grec ancien.

- Très noble Archimède, selon vous, quel est votre apport le plus important à l'humanité ?

- J'ai donné instruction qu'on le grave sur ma tombe : le cylindre circonscrit à une sphère vaut une fois et demie cette sphère.

- Et comment avez-vous fait cette découverte ?

- Par pesée.

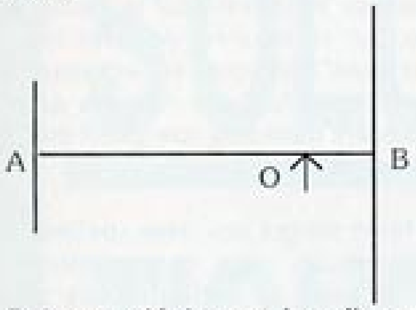
- Par pesée ! Je vous croyais géomètre !

- Je suis aussi mécanicien à mes moments perdus... Il faut bien vivre. Mais je voulais parler de pesée mentale... De plus, je fournis toujours une démonstration géométrique irréfutable.

- Pour les lecteurs de Tangente,

pouvez-vous expliquer votre méthode ?

Archimède se mit à dessiner dans la poussière au moyen d'un long bâton.



Puis, en désignant les divers points, il reprit :

- Perpendiculairement au levier AOC, je place en A un disque de rayon AB et en C un disque de rayon CD.

- O représente le point d'appui ?

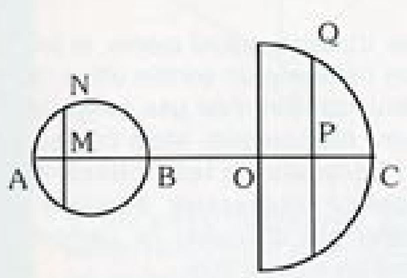
- C'est ça, le levier est suspendu en O. Il est en équilibre si le carré de AB est à celui de CD comme OC est à OA.

- Les deux disques sont homogènes, de même épaisseur et dans la même matière...

- Evidemment ; ainsi le rapport de leurs poids est égal à celui des carrés de leurs rayons. Le reste suit en utilisant le théorème sur l'équilibre des leviers que j'ai fait connaître.

- Vous en resterez fameux. Comment en déduisez-vous vos résultats?

Il reprit son bâton et dessina un cercle puis un demi-cercle de rayon double sur un même axe ABOC, tout en précisant que AB = BO = OC.



- Ici, vous remarquerez que chaque disque de rayon MN équilibre le disque correspondant de rayon PQ.

- Euh... oui, si AM = PC (voir encadré).

- Bien sûr. Ainsi, la sphère qui est composée des disques MN équilibre en O l'hémisphère composé des disques PQ. Cela me donne le centre de gravité G de l'hémisphère.

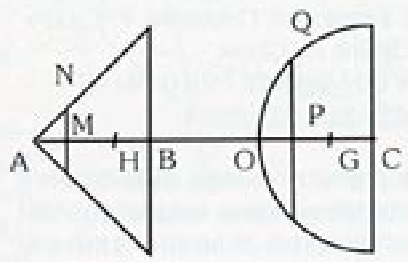
- Euh... Pouvez-vous être plus précis ?

- L'hémisphère vaut quatre sphères donc OH vaut quatre OG.

- Donc OG vaut les trois huitièmes de OC. Mais, vous parliez de déterminer un volume.

- Si je connais les centres de gravité, j'en déduis le rapport des volumes. Regardez cette figure.

Effaçant seulement les anciens cercles, il dessina rapidement un triangle et un demi cercle sur le même axe ABOC.



- Le cône équilibre l'hémisphère en O, reprit Archimède.

- En effet. Mais pour en déduire un nouveau résultat, vous avez besoin de connaître tous les éléments sauf un.

- Exact ! Et vous trouverez tout sauf le volume de la sphère dans les Eléments.

- Pardon?

- Euclide a trouvé tout ceci avant même que je sois né. Ainsi, le centre de gravité H du cône est situé au quart de BA.

- Vous en déduisez donc que le cône vaut la moitié de la sphère.

Et pour le cylindre?

- C'est le triple du cône.

- Bien sûr, vous en déduisez votre théorème. Vous disiez cependant au début de notre conversation que vous ne considériez pas cela comme une démonstration. Pourquoi ?

- Les disques pesés sont innombrables. Zénon a montré que la raison ne pouvait recevoir pareils arguments sinon à accepter de nombreux paradoxes.

- Comme celui d'Achille et de la tortue ?

- Exactement. Pour la démonstration j'utilise donc la méthode d'Eudoxe.

- En quoi consiste-t-elle?

- En une double réduction à l'absurde, je vais vous montrer. Archimède reprit son bâton et le leva. Avant qu'il ne put tracer un trait, un légionnaire apparut, le glaive brandi. Ce qui était déjà écrit s'accomplit.

Hervé Lehning

Erratum

Il a été déjà été question de l'illustre Archimède dans le précédent numéro de Tangente. L'auteur de l'article sur les miroirs de lumière évoquait les miroirs ardents imaginés par notre héros pour défendre Syracuse contre les Romains. Malheureusement, il s'est trompé et sur le lieu, et sur l'adversaire que combattait Archimède. A titre de sanction, il a été condamné à reprendre l'étude du grec pendant un an.

Il faut ajouter que certains historiens ont émis de très sérieuses réserves sur l'authenticité de l'épisode. Mais le débat n'est pas encore tranché.

En style moderne

Dans le cas de la figure ci-contre, on pose $x = AM = PC$. Soit R le rayon du cercle. En appliquant le théorème de Pythagore au triangle HMN, on obtient :

$MN^2 = R^2 - (R - x)^2 = x(2R - x)$

De même, en considérant le triangle OPQ :

$PQ^2 = x(4R - x)$

Or, $OM = 4R - x$ et $OP = 2R - x$, donc $MN^2 \times OM = PQ^2 \times OP$.

La démonstration est identique dans le cas de la figure ci-dessus, en posant $x = AM = OP$ et en appelant R le rayon du cercle (et hauteur du cône), car $MN^2 = x^2$, $PQ^2 = x(2R - x)$, $OM = 2R - x$ et $OP = x$.